

Analisis Pengaruh Parameter Sumber Panas (*Heat Generation*) Aliran Tak Tunak Pada Profil Kecepatan dan Temperatur Fluida Viskoelastik

Annisa Dwi Sulistyaningtyas

Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pengetahuan,
Universitas PGRI Adi Buana Surabaya –Jalan Ngagel Dadi IIIB No. 37 Surabaya
E-mail: annisadwistyas@unipasby.ac.id

ABSTRAK

Parameter sumber panas (heat generation) merupakan salah satu faktor yang mempengaruhi perpindahan panas pada aliran fluida. Perpindahan panas secara konveksi yang terjadi pada aliran fluida tak tunak viskoelastik, menimbulkan lapisan batas pada permukaan benda berbentuk silinder eliptik. Area pengamatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah pada titik stagnasi ($x \approx 0$) dengan arah aliran fluida dari bawah ke atas melewati silinder eliptik dan menghasilkan persamaan lapisan batas yang selanjutnya diubah ke persamaan similaritas dengan menggunakan fungsi aliran. Persamaan similaritas tersebut kemudian diselesaikan secara numerik menggunakan metode beda hingga dan disimulasikan dengan software Matlab. Hasil penelitian ini berupa profil kecepatan dan temperatur dengan pengaruh parameter sumber panas (heat generation), yaitu semakin besar parameter sumber panas yang diberikan, maka semakin besar pula kecepatan dan temperatur yang dihasilkan.

Kata kunci : Aliran Tak Tunak, Fluida Viskoelastik, Heat Generation Parameter

ABSTRACT

Heat generation parameter is one of factor that heat transfer influence in fluid flow. Convection heat transfer happened in viscoelastic fluid generate boundary layer on the surface of elliptic cylinder. In this study, the observation area used at the stagnation point ($x \approx 0$) with the fluid flow from the bottom up through elliptic cylinder and the result is boundary layer equation which transformed to similarity equation using flow function. Then the similarity equation solved with numerical method and simulated with Matlab. The results of this study are velocity profile and temperature profile with the variation of heat generation parameter that velocity and temperature profile increase when heat generation parameter increases.

Keywords : *Unsteady Flow, Viscoelastic Fluid, Heat Generation Parameter*

1. PENDAHULUAN

Studi kasus mengenai aplikasi fluida viskoelastik sangat menarik perhatian para peneliti, terutama pada proses manufaktur industri, misalnya industri makanan, pertahanan, dan pengeboran minyak. Sifat fluida yang kental dan elastis sangat diperlukan Studi kasus mengenai aplikasi fluida viskoelastik sangat menarik

perhatian para peneliti, terutama pada proses manufaktur industri, misalnya industri makanan, pertahanan, dan pengeboran minyak. Sifat fluida yang kental dan elastis sangat diperlukan khususnya dalam perhitungan matematika yang digunakan untuk membangun model matematika sebagai hal dasar untuk menentukan nilai parameter yang akan

digunakan dalam proses tersebut., Sehingga sampai saat ini masih diperlukan pengembangan ilmu matematika di bidang fluida sebagai tambahan referensi untuk penelitian selanjutnya.

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis pengaruh parameter sumber panas (*heat generation*) dari aliran tak tunak pada profil kecepatan dan temperatur fluida viskoelastik. Pada aliran fluida tersebut, terjadi perpindahan panas secara konveksi. Aliran fluida tersebut mengalir menimbulkan lapisan batas (*boundary layer*) pada permukaan silinder eliptik dengan pengaruh parameter sumber panas (*heat generation*). Aliran fluida mengalir dari bawah ke atas melewati permukaan silinder eliptik menghasilkan model matematika non-dimensional yang selanjutnya diubah ke persamaan similaritas dengan menggunakan fungsi aliran. Kemudian, model matematika tersebut disimulasikan dengan menggunakan software Matlab dengan area pengamatan adalah pada titik stagnasi ($x \approx 0$). Hasil penelitian ini berupa profil kecepatan dan temperatur dengan pengaruh parameter sumber panas (*heat generation*) pada aliran fluida viskoelastik.

2. METODE PENELITIAN

2.1 Studi Literatur

Pada bagian ini peneliti melakukan studi literatur terhadap hal-hal yang berkaitan dalam proses penelitian, misalnya literatur mengenai aliran konveksi, lapisan batas, silinder eliptik, *heat generation*, dan hal lain yang berkaitan dalam permasalahan ini.

2.2 Pengumpulan data penelitian

Pada tahap ini dilakukan pengumpulan data dengan mengambil sampel pada tempat yang akan digunakan untuk penelitian yaitu di Universitas PGRI Adi Buana Surabaya.

2.3 Pembangunan model matematika

Pada bagian ini dikaji model matematika pada aliran konveksi bebas yang melewati silinder eliptik. Setiap model mempunyai karakteristik tertentu. Sehingga untuk mengembangkan model perlu dikaji terlebih dahulu dalam kaitan untuk mendapatkan model yang sesuai dengan yang diharapkan. Langkah-langkah dalam membangun model adalah sebagai berikut:

1. Membangun model matematika dari persamaan massa, momentum, dan energi. Persamaan-persamaan tersebut masih dalam bentuk dimensional;
2. Menentukan kondisi batas (*boundary condition*) pada silinder eliptik sesuai dengan kasus tersebut;
3. Mencari persamaan pembangun dan ditransformasikan ke dalam bentuk non-dimensional dengan menggunakan variabel non-dimensional;
4. Mencari pengaruh dari beberapa parameter dan koefisien yang

berhubungan dengan gaya hambat yang terjadi pada kondisi ini;

- Menemukan model matematika dari aliran tak tunak fluida viskoelastik yang melewati silinder eliptik tersebut.

2.4 Simulasi model matematika

Pada bagian ini dilakukan tahap simulasi model matematika dengan menggunakan software Matlab. Langkah-langkah yang dilakukan dalam proses simulasi adalah sebagai berikut:

- Melakukan proses grid terlebih dahulu karena persamaan dilakukan dengan menggunakan proses numeric;
- Proses pendiskritan persamaan pembangun dan menggunakan skema beda hingga;
- Visualisasi aliran dari hasil numerik dengan menggunakan matlab berupa profil kecepatan dan temperatur;
- Menjelaskan pengaruh parameter sumber panas (*heat generation*) dengan menganalisis hasil visualisasi berupa profil kecepatan dan temperatur.

3. HASIL PENELITIAN

Pada studi kasus ini, hasil penelitian berupa profil kecepatan dan temperatur disimulasikan dari sebuah model matematika yang dibangun dari persamaan-persamaan berikut.

Persamaan kontinuitas:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

Persamaan momentum:

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial V}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) &= -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \\ &+ F_x \\ \rho \left(\frac{\partial V}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) &= -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + F_y \quad (2) \end{aligned}$$

Persamaan Energi:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) &= \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \\ &+ \frac{Q_0}{\rho C_p} (T - T_\infty) \quad (3) \end{aligned}$$

Persamaan (1)-(3) ditransformasikan ke bentuk non-dimensional menjadi persamaan berikut ini.

Persamaan massa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

Persamaan momentum:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - K \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(u \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \right. \\ &\left. v \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} \right] - \theta \sin A \quad (5) \end{aligned}$$

Persamaan energi:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} &= \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \gamma \theta \quad (6) \end{aligned}$$

Dengan kondisi batas:

$$u = v = 0, \theta' = -1 \text{ on } y = 0$$

$$u = 0, \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \theta = 0 \text{ as } y \rightarrow \infty \quad (7)$$

Dan didefinisikan (Cheng, 2012):

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}, K = \frac{k_0 Gr^{1/2}}{\rho a^2}, \gamma = \frac{a^2 Q_0}{\nu C_p Gr^{1/2}},$$

$$\sin A = \frac{b \sin B}{a(1 - e^2 \sin^2 B)^2}$$

Selanjutnya (4)-(6) disederhanakan ke bentuk yang lebih sederhana dengan menggunakan fungsi aliran (*stream function*) dengan asumsi (Kasim,2014):

$$\psi = xf(x, y), \theta = \theta(x, y) \quad (8)$$

dengan ψ merupakan fungsi aliran, sehingga fungsi kecepatan didefinisikan sebagai berikut:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (9)$$

Dalam studi kasus ini, area pengamatan terletak pada titik stagnasi terendah pada permukaan silinder eliptik, yaitu saat $x \approx 0$. Maka didapat persamaan diferensial biasa dari persamaan (4)-(6) berikut ini:

$$f''' + ff'' - (f')^2 + \theta \sin A - K(2f'f''' - ff^{(4)} - (f'')^2) = 0 \quad (10)$$

$$\frac{1}{Pr}\theta'' + f\theta' + \gamma\theta = 0 \quad (11)$$

Dengan kondisi batas:

$$f(0) = f'(0) = 0, \theta'(0) = -1$$

$$f'(\infty) = 0, f''(\infty) = 0, \theta(\infty) = 0 \quad (12)$$

Dengan “ ‘ ” adalah notasi untuk turunan terhadap y.

4. SIMULASI HASIL PENELITIAN

Berdasarkan model matematika yang didapat, selanjutnya dilakukan penyelesaian secara numerik menggunakan metode beda hingga sebagai berikut:

Didefinisikan:

$$f' = p$$

$$f = p \Delta y$$

Maka (10) dan (11) dapat dinyatakan dengan:

$$p'' + p\Delta y p' - p^2 + \theta \sin A - K(2pp'' - p\Delta y p''' - (p')^2) = 0 \quad (12)$$

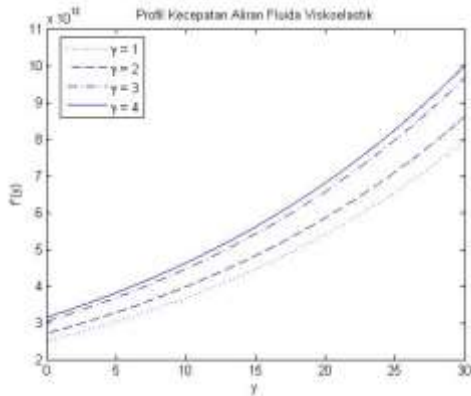
$$\frac{1}{Pr}\theta'' + p\Delta y + \gamma\theta_i = 0 \quad (13)$$

Selanjutnya dilakukan penyelesaian numerik dengan mendiskritkan persamaan (12) dan (13) menggunakan metode beda hingga, yaitu diperoleh persamaan berikut ini:

$$\frac{p_{i+1} - 2p_i + p_{i-1}}{\Delta y^2} + p_i \Delta y \frac{p_{i+1} - p_{i-1}}{2\Delta y} - p_i^2 + \theta_i \sin A - K \left(2p_i \frac{p_{i+1} - 2p_i + 2p_{i-1}}{\Delta y^2} - p_i \Delta y \frac{p_{i+2} - 2p_{i+1} + 2p_{i-1} - p_{i-2}}{2\Delta y^3} - \left(\frac{p_{i+1} - p_{i-1}}{2\Delta y} \right)^2 \right) \quad (14)$$

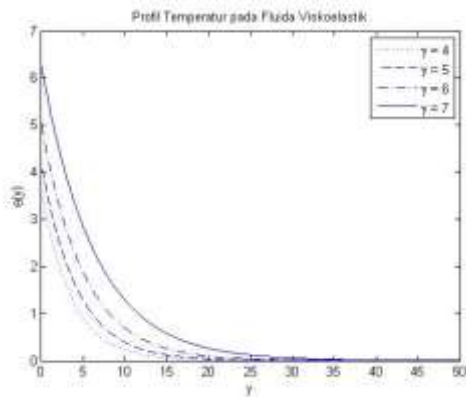
$$\frac{1}{Pr} \left(\frac{\theta_{i+1} - 2\theta_i + \theta_{i-1}}{\Delta y^2} \right) + f_i \left(\frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{2\Delta y} \right) + \gamma\theta_i = 0 \quad (15)$$

Kemudian hasil diskritisasi dari (14) dan (15) diselesaikan dengan menggunakan Matlab, dilakukan simulasi sehingga menghasilkan profil kecepatan dan temperatur berikut ini:



Gambar 1. Profil Kecepatan Aliran Fluida Viskoelastik

Pada Gambar 1 dijelaskan bahwa semakin besar nilai parameter sumber panas (*heat generation*) yang diberikan, semakin besar pula kecepatan yang dihasilkan, yaitu dengan variasi nilai $\gamma = 4,5,6,7$, $Pr = 0.5$, $K = 0.2$, $a = 10$, dan $b = 5$ dihasilkan nilai kecepatan maksimum sebesar 11×10^{11} .



Gambar 2. Profil Temperatur pada Fluida Viskoelastik

Sedangkan untuk profil temperatur, yaitu pada Gambar 2 dijelaskan bahwa semakin besar nilai parameter sumber panas (*heat generation*) yang diberikan, semakin besar pula temperatur yang dihasilkan, yaitu dengan variasi nilai $\gamma = 4,5,6,7$, $Pr = 0.5$, $K = 0.2$, $a = 10$, dan $b = 5$ dihasilkan nilai temperatur maksimum sebesar 7.

5. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil penelitian berupa simulasi numerik dengan menggunakan metode beda hingga, didapatkan bahwa profil kecepatan dan profil temperatur dengan variasi nilai parameter sumber panas (*heat generation*) dan nilai Pr , K , a , b yang konstan menghasilkan kesimpulan bahwa semakin besar nilai parameter sumber panas (*heat generation*) yang diberikan semakin besar pula kecepatan dan temperatur yang dihasilkan. Hal tersebut sesuai dengan model matematika yang telah didapat dari penurunan persamaan massa, persamaan momentum, dan persamaan energi. Parameter sumber panas (*heat generation*) berbanding lurus dengan nilai kecepatan dan temperatur.

Selanjutnya, saran yang penulis ingin sampaikan untuk penelitian selanjutnya adalah sebaiknya dilakukan variasi nilai parameter lain sehingga mendapatkan hasil yang lebih beragam dari model matematika yang telah didapat dengan metode beda hingga.

6. UCAPAN TERIMAKASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada berbagai pihak yang telah mendukung selesainya penelitian ini, khususnya untuk Universitas PGRI Adi Buana Surabaya yang telah memberikan dukungan secara material berupa Hibah Adi Buana, sehingga penelitian ini dapat terselesaikan dengan baik.

7. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Cheng, C.Y. (2012), "Free Convection Boundary Layer Flow Over a Horizontal Cylinder of Elliptic Cross Section in Porous Media Saturated by a Nanofluid", International Communications in

- Heat and Mass Transfer 39, 1-4:931-936.
- [2] Kasim, A.R.M. (2014), "Convective Boundary Layer Flow of Viscouselastic Fluid", Universiti Technology Malaysia, Malaysia.
- [3] Widodo, B., Fatahillah, A., Rahayuningsih, T., (2011), "Mathematical Modelling and Numerical Solution of Iron Corrosion Problem Based on Condensation Chemical Properties", Australian Journal of Basic and Applied Sciences", 5(1), pp. 79-86.